**Série d’Exercices sur l’ACP**

**Exercice 1:**

Soit le tableau suivant :il représente 8 patineurs , la première colonne représente la note donnée pour chaque patineur dans le saut et le double saut,la deuxième colonne représente la note donnée pour chaque patineur dans la dense sur glace ;

|  |  |
| --- | --- |
| SDS | DG |
| -8 | -1 |
| 6 | 10 |
| -2 | -10 |
| 8 | 1 |
| 0 | 3 |
| -6 | -6 |
| 0 | -3 |
| 2 | 6 |

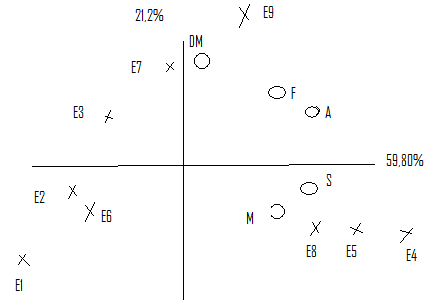
1/ Calculer les valeurs et les vecteurs propres normés de la matrice XtX

2/ Calculer la variance expliquée pour chaque axe factoriel

3/ Calculer les coordonnées des individus et des variables dans le plan principal

4/ Tracer le graphique donner une interprétation.

**Exercice 2:** Soit la projection graphique suivante :



Ei= Elève n°1..9

M=Math ; S=science ; F=Français ; A=Arabe ;MD= Musique Dessin.

Sachant que le tableau de départ est :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | M | S | F | A | DM |
| E1 | 6 | 6 | 5 | 6 | 8 |
| E2 | 8 | 8 | 8 | 8 | 9 |
| E3 | 6 | 7 | 11 | 10 | 11 |
| E4 | 15 | 15 | 16 | 15 | 8 |
| E5 | 14 | 14 | 12 | 13 | 10 |
| E6 | 11 | 10 | 6 | 7 | 13 |
| E7 | 7 | 7 | 14 | 12 | 10 |
| E8 | 13 | 13 | 9 | 10 | 12 |
| E9 | 9 | 10 | 13 | 12 | 18 |

Calculer la matrice de corrélation, Après normalisation du tableau.

Que remarquez-vous depuis ce tableau de corrélation.

Commenter la projection graphique en mentionnant les remarques d’usages sur les deux axes factoriels F1,F2.

**Exercice 3:**

On considère dans l’espace R4 muni de la métrique euclidienne les six points suivant :

X1={1,1,1,1} ; X2={1,1,0,0} ; X3={0,0,-1,-1} ; X4={-1,-1,-1,-1} ; X5={-1,-1,0,0} ; X6={0,0,1,1}.

1. Calculer : V=XtX .
2. Quelle est l’ordre de V et quel est son rang ? En déduire que ƛ = 0 est une valeur propre double de V ?
3. Montrer que ƛ = 4 est valeur propre de V, en déduire la dernière valeur propre.
4. Déterminer les vecteurs propres associés aux valeurs propres non nulles.
5. Calculer les projections des six points.
6. Représenter sur un graphique les six points ;

**Exercice 4 :**

Un constructeur de piscine veut effectuer une étude de marché pour trouver les facteurs essentiels qui interviennent dans la décision d’achat de piscine qui sont revenu, et superficie jardin. Son responsable marketing lui a confirmé qu’un autre facteur intervient dans cette décision qui est le soleil. Après recueil d’info sur 6 individus nous avons trouvé le tableau suivant:( F1 : 62.7% ; F2 :32.3%).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Revenu | Superficie | Soleil |
| I1 | 9.3 | 30.2 | 3 |
| I2 | 9.7 | 35.3 | 6 |
| I3 | 10.3 | 40.1 | 10 |
| I4 | 14.2 | 50.1 | 5 |
| I5 | 18.6 | 60.2 | 10 |
| I6 | 22 .7 | 68.4 | 7 |

* Donner l’interprétation du graphique suivant :

I5

I6

I2

I3

I4

Soleil

Revenu

Superficie

I1,I2,I3,I4,I5,I6: Individus

 : Variables

I1

Interpréter le graphique suivant.

**Exercice 5 :**

On a rassemblé les résultats de 15 enfants de 10 ans (scores 0 à 5). Les variables observées sont : CUB (Cubes de Kohs), PUZ (Assemblage d'objets), CAL (Calcul mental), MEM (Mémoire immédiate des chiffres), COM (Compréhension de phrases), VOC (Vocabulaire). Le protocole observé est le suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | CUB | PUZ | CAL | MEM | COM | VOC |
| I1 | 5 | 5 | 4 | 0 | 1 | 1 |
| I2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 |
| I3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| I4 | 5 | 3 | 5 | 3 | 4 | 3 |
| I5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| I6 | 2 | 0 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| I7 | 3 | 3 | 4 | 2 | 4 | 4 |
| I8 | 1 | 2 | 1 | 4 | 3 | 3 |
| I9 | 0 | 1 | 0 | 3 | 1 | 0 |
| I10 | 2 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0 |
| I11 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| I12 | 4 | 2 | 4 | 2 | 1 | 2 |
| I13 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| I14 | 1 | 0 | 0 | 3 | 2 | 2 |
| I15 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 |

On traite ces données par une analyse en composantes principales normée. Les principaux résultats de cette ACP sont indiqués ci-dessous :

La matrice de Corrélations est :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | CUB | PUZ | CAL | MEM | COM | VOC |
| CUB | 1 | 0.732 | 0 .9207 | -0.449 | 0.308 | 0.273 |
| PUZ | 0.732 | 1 | 0.751 | -0.614 | 0.2814 | 0.285 |
| CAL | 0 .9207 | 0.751 | 1 | -0.368 | 0.4077 | 0.4869 |
| MEM | -0.449 | -0.614 | -0.368 | 1 | 0.303 | 0.202 |
| COM | 0.308 | 0.2814 | 0.4077 | 0.303 | 1 | 0.7819 |
| VOC | 0.273 | 0.285 | 0.4869 | 0.202 | 0.7819 | 1 |

1. Quelles sont les remarques qu’on peut tirer depuis cette matrice de corrélation ? Quelle est la somme des valeurs propres ? Elle correspond à quoi ?

Val. Propres associées :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Val .Prop | %Var | %cum |
| 1 | 3.2581 | 54.3020 | 54.3020 |
| 2 | 1.8372 | 30.6194 | 84.9214 |
| 3 | 0.443 | 7.3831 | 92.3044 |
| 4 | 0.2538 | 4.2292 | 96.5337 |
| 5 | 0.1679 | 2.799 | 99.3327 |
| 6 | 0.04 | 0.6673 | 100 |

1. Quels sont les facteurs qu’on peut garder ? Justifier votre choix en analysant le tableau des valeurs propres. Ce choix correspond a quoi(par rapport aux valeurs propres)..

Coordonnées pour la représentation des individus :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | SCORE FACT1 | SCORE FACT2 |
| I1 | -2.56 | 3.05 |
| I2 | -0.96 | 0.93 |
| I3 | 0.67 | -0.66 |
| I4 | -2.79 | -1.46 |
| I5 | -1.84 | 0.12 |
| I6 | 1.88 | 0.13 |
| I7 | -2.33 | -1.54 |
| I8 | 0.72 | -2.2 |
| I9 | 2 .84 | 0.54 |
| I10 | 2.17 | 0.61 |
| I11 | 1.29 | 2.03 |
| I12 | -0.99 | 0.81 |
| I13 | -0.60 | -0.87 |
| I14 | 2.01 | -0.94 |
| I15 | 0.49 | -0.55 |

Coordonnées pour la représentation des variables :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | COOR FACT1 | COOR FACT2 |
| CUB | -0.89 | 0.2 |
| PUZ | -0.86 | 0.28 |
| CAL | -0.94 | 0.03 |
| MEM | 0.44 | -0.78 |
| GOM | -0.53 | -0.76 |
| VOC | -0.56 | -0.71 |

3- Représenter les individus et les variables sur un plan avec les facteurs choisis.

Interpréter le graphique.